

Đáp án đề thi cuối kỳ môn Toán Kinh tế 1 HK1 2018-2019

Câu 1: Ta có $40x + 50y = 400 \Leftrightarrow 4x + 5y = 40 \Rightarrow y = 8 - 0,8x$

$$U = (x+5)(y+4) = (x+5)(12-0,8x) = -0,8x^2 + 8x + 60 \quad (0,5đ)$$

$$U' = -1,6x + 8; U' = 0 \Leftrightarrow x = 5 \Rightarrow y = 4 \quad (0,5đ)$$

$$U'' = -1,6 < 0. \text{ Suy ra hàm lợi ích } U \text{ đạt cực đại tại } x = 5, y = 4. \quad (0,5đ)$$

Lợi ích cực đại là 80.

Câu 2:

Hàm lợi nhuận

$$\begin{aligned} \pi &= TR - C = P_1Q_1 + P_2Q_2 - C \\ &= (56 - 4Q_1)Q_1 + (96 - 4Q_2)Q_2 - 15 - 20(Q_1 + Q_2) - (Q_1 + Q_2)^2 \quad (0,5đ) \\ &= -5Q_1^2 - 5Q_2^2 + 36Q_1 + 76Q_2 - 2Q_1Q_2 - 15 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \pi'_{Q_1} = -10Q_1 + 36 - 2Q_2 \\ \pi'_{Q_2} = -10Q_2 + 76 - 2Q_1 \end{cases}; \begin{cases} \pi'_{Q_1} = 0 \\ \pi'_{Q_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{13}{6} \\ Q_2 = \frac{43}{6} \end{cases} \quad (0,5đ)$$

$$\Rightarrow Q = \frac{28}{3}; P_1 = \frac{142}{3}, P_2 = \frac{202}{3}$$

$$H(Q_1, Q_2) = \begin{bmatrix} -10 & -2 \\ -2 & -10 \end{bmatrix} \text{ có } \begin{cases} M_1 = -10 < 0 \\ M_2 = 96 > 0 \end{cases} \quad (0,5đ)$$

Suy ra ma trận Hessian xác định âm. Vì vậy lợi nhuận đạt cực đại. Lợi nhuận cực đại là 296,333.

Câu 3:

Áp dụng quy tắc L'Hospital ta có

$$I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{2x} \quad (0,5đ)$$

Áp dụng quy tắc L' Hospital một lần nữa, ta được

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{2} = 0 \quad (0,5đ)$$

Câu 4:

$$f' = 1 + e^{-2x} - 2xe^{-2x}$$

$$f'' = -4e^{-2x} + 4xe^{-2x} \quad (0,5đ)$$

$$f''' = 12e^{-2x} - 8xe^{-2x}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= f(0) + \frac{f'(0)}{1!}(x-0) + \frac{f''(0)}{2!}(x-0)^2 + \frac{f'''(0)}{3!}(x-0)^3 + \dots \\ &= 1 + 2x - 2x^2 + 2x^3 + \dots \end{aligned} \quad (0,5đ)$$

Câu 5:

$$\text{Thị trường cân bằng} \Leftrightarrow \begin{cases} Q_{S_1} = Q_{D_1} \\ Q_{S_2} = Q_{D_2} \\ Q_{S_3} = Q_{D_3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24P_1 - 3P_2 - P_3 = 175 \\ -P_1 - 4P_2 + 15P_3 = 230 \\ -3P_1 + 20P_2 - 2P_3 = 230 \end{cases} \quad (1đ)$$

Áp dụng quy tắc Cramer ta có

$$P_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-68350}{-6835} = 10; P_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{-102525}{-6835} = 15; P_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{-136700}{-6835} = 20 \text{ là bộ giá cân bằng thị trường} \quad (0,5đ)$$

$$Q_1 = 55, Q_2 = 190, Q_3 = 195 \text{ là bộ sản lượng cân bằng thị trường.} \quad (0,5đ)$$

Câu 6:

$$\text{A có hai trị riêng: } \lambda_1 = 9, \lambda_2 = 4 \quad (0,5đ)$$

$$\text{Ứng với trị riêng } \lambda_1 = 9, \text{ ta tìm được vector riêng } x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Ứng với trị riêng } \lambda_2 = 4, \text{ ta tìm được vector riêng } x_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (0,5đ)$$

Chuẩn hóa hệ vector $\{x_1, x_2\}$, ta được $x'_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{5} \\ 2 \\ \sqrt{5} \end{bmatrix}, x'_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ \sqrt{5} \\ 1 \\ \sqrt{5} \end{bmatrix}$,

Đặt $P = [x'_1 \ x'_2] = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ \sqrt{5} & \sqrt{5} \\ 2 & 1 \\ \sqrt{5} & \sqrt{5} \end{bmatrix}$. Khi đó $A = PDP^{-1} = PDP^T$ **(0,5đ)**

$$A^{100} = PD^{100}P^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ \sqrt{5} & \sqrt{5} \\ 2 & 1 \\ \sqrt{5} & \sqrt{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \sqrt{5} & \sqrt{5} \\ -2 & 1 \\ \sqrt{5} & \sqrt{5} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{9^{100} + 4 \cdot 4^{100}}{5} & \frac{2 \cdot 9^{100} - 2 \cdot 4^{100}}{5} \\ \frac{2 \cdot 9^{100} - 2 \cdot 4^{100}}{5} & \frac{4 \cdot 9^{100} + 4^{100}}{5} \end{bmatrix} \quad \text{(0,25đ)}$$

$$\det[A^{100}] = [\det A]^{100} = 36^{100} \quad \text{(0,25đ)}$$

b) $\det A = 36 \neq 0$. Suy ra $\text{rank}[A] = 2$ **(0,5đ)**

$$M_1 = 5 > 0, M_2 = 36 > 0$$

.Suy ra A xác định dương. **(0,5đ)**